

2-2-Gyorsuló mozgások: kör- és bolygómozgás

Körmozgás

.1) Forgó kerék két, ugyanazon sugáron lévő pontjának sebessége 13 m/s illetve 7 m/s. Mekkora a kerék szögsebessége, ha a két pont távolsága 30 cm? **(20/s)**

A kerék merev, ezért minden pontja azonos szögsebességgel mozog.

.2) Egy kerék 10-et fordul percenként. Mekkora a tengelyhez viszonyított gyorsulása azon pontjának, amely a forgástengelytől 20 cm-re van? **(0,219 m/s²)**

A tengelyhez képesti (centripetális) gyorsulást keressük.

.3) Mekkora a repülőgép légcsavar legszélső pontjának földhöz képesti sebessége, ha a repülő 120 km/h sebességgel gurul a talajon, és a légcsavar fordulatszáma 600 min⁻¹? A légcsavar legszélső pontja a tengelytől 1,5 m-re van. **(99,97 m/s)**

A pont talajhoz képesti sebessége a körmozgásból adódó, tengelyhez képesti sebességnek, és a tengely talajhoz képesti sebességének vektori eredője.

.4) Függőleges síkban forgatott parittyá 40 cm-es kötele éppen úgy szakad el, hogy a kő függőlegesen felfelé repül, 25 m magasra. Mekkora volt a parittyá fordulatszáma az elszakadás pillanatában? **(8,9/s)**

Az elszakadáskori kerületi sebesség egyben a hajítás kezdősebessége, így a magasságból számolható.

.5) Egy gépkocsi 21,6 km/h sebességgel egyenletesen halad, csúszásmentesen gördülő kerekének átmérője 60 cm.
a) Mekkora a kerék szögsebessége? **(20,0 1/s)**
b) Mekkora a kerék legfelső, legalsó, illetve a tengellyel egymagasságban lévő kerületi pontjainak talajhoz képesti sebessége? **(12,0 m/s; 0,00 m/s; 8,49 m/s)**
c) ...és a talajhoz képest gyorsulásaik? **(120 m/s²)**

a) A kerületi P pont földhöz képesti sebessége két sebességvektor összege: $\mathbf{v}_{P(f)} = \mathbf{v}_{P(t)} + \mathbf{v}_{t(f)} = \mathbf{v}_{ker} + \mathbf{v}_o$, azaz a tengelyhez képesti kerületi sebességből adódó, és a tengely földhöz képesti sebességének összege.
Csúszásmentes gördülés esetén P pontot a talajon választva, ez pontosan 0 kell hogy legyen. Azaz $\mathbf{v}_{ker} + \mathbf{v}_o = \mathbf{0}$, így $\mathbf{v}_o = \mathbf{v}_{ker} = \mathbf{r} \boldsymbol{\omega}$

b) A $\mathbf{v}_o$ vektort minden pont esetén adjuk hozzá a megfelelő kerületisebesség-vektorhoz.

c) $\mathbf{a}_{P(f)} = \mathbf{a}_{P(t)} + \mathbf{a}_{t(f)}$, ahol az első tag a centripetális gyorsulás, míg a második tag **0** a tengely egyenletes haladása miatt. Így minden kerületi pontnak csakis a centripetális gyorsulása van.

.6) Körhinta kötele a forgástengelyre merőleges tartórúdon, a tengelytől 1,5 m távolságra van rögzítve. A kötél 4 m hosszú, és forgás közben 30 fokos szöget zár be a függőlegessel. Mekkora a hintakosár kerületi sebessége, szögsebessége, gyorsulása, ha percenként 12-szer fordul körbe? **(4,40 m/s; 1,26/s; 5,53 m/s²)**

A kosár pályasugara és a periódusidő számolható (3,5 m; 5 s).

.7) Motorkerékpár álló helyzetről indulva, egyenletesen növekvő sebességgel, 20 m sugarú, vízszintes síkú körpályán halad. Érintő irányú gyorsulásának nagysága 2 m/s². Mennyi idő múlva lesz gyorsulásának nagysága kétszerese a kezdőértéknek? Mekkora szöget zár be ekkor a gyorsulás iránya a sebesség irányával? **(4,162 s; 60°)**

Az eredő gyorsulásnak két komponense van: az érintő és a centripetális komponens.
Az érintő irányú komponens állandó, a centripetális komponens pedig sebesség-, és így időfüggő.

.8) 2 m sugarú pályán 40/s² szöggyorsulással indul egy test.

- Mennyi idő múlva lesz a centripetális gyorsulása tízszer akkora mint az érintő irányú gyorsulása? Mekkora ekkor a gyorsulásvektor és a sugár szöge? **(0,5 s; 5,71°)**
- Hányat fordult eddig a pillanatig, és mekkora most a fordulatszáma? **(0,796 fordulat; 3,18/s)**
- A centripetális gyorsulás, ebből a sebesség, majd az idő számolható.
- Az eddigi fordulatok száma az eddigi elfordulási szögtől, a fordulatszám a pillanatnyi szögsebességtől függ.

.9) Egy 1,5 m sugarú körpályán mozgó test szögelfordulása $\alpha = 0,1/s^3 * t^3 + 4/s * t + 3$ függvénye az időnek. A $t = 2$ s időpillanatban...

- ...mekkora szögelfordulása, szögsebessége, szöggyorsulása..., **(11,8; 5,20/s; 1,20/s²)**
- ...sebessége, gyorsulásának pályamenti és centripetális komponense? **(7,80 m/s; 1,80 m/s²; 40,56m/s²)**

$$\omega(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\alpha(t) - \alpha(t_0)}{t - t_0} = \dots = 0,3/s^3 * t_0^2 + 4/s \text{ és } \beta(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\omega(t) - \omega(t_0)}{t - t_0} = \dots = 0,6/s^3 * t_0.$$

A határértékek kiszámolásához használjuk a matematikából jól ismert $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ összefüggést.

.10) Egy test körpályán halad. A körív mentén megtett útja: $s = 0,5m/s^2 * t^2 + 2m/s * t$. A $t = 2$ s és $t = 5$ s-os időpillanatokhoz tartozó gyorsulások nagyságának aránya 1:2. Mekkora a körpálya sugara? **(21,42 m)**

$$v(t) = 1m/s^2 * t + 2m/s \text{ illetve } a_{\text{érintő}} = 1m/s^2. \quad a_{\text{eredő}}^2 = 1m^2/s^4 + (v^2/r)^2. \text{ Egyenletet felírva, } r \text{ adódik.}$$

.11) Vízszintes lapon mozgó 0,5 m hosszúságú rúd középpontjának sebessége 3 m/s, és egy adott pillanatban a rúdra merőleges. A rúd szögsebessége 36 1/s. Mekkora a rúd végeinek sebessége? Hol van a rúdnak az a pontja, melynek sebessége 0? **(12 m/s; -6 m/s; 8,33 cm-re a középponttól)**

$$v_{\text{vég}(lap)} = v_{\text{vég}(kp)} + v_{kp(lap)}$$

.12)* Egy gyorsuló kocsí pillanatnyi sebessége 21,6 km/h, de a talajon csúszásmentesen gördülő kerekének szöggyorsulása 25/s² és állandó?

a.) Mekkora a kerék legfelső, legalsó, illetve a tengellyel egymagasságban lévő kerületi pontjainak talajhoz képesti sebességei? **(12,0 m/s; 0,00 m/s; 8,49 m/s)**

b.) Mekkora a talajhoz képesti gyorsulások az említett pontokban? **(lent, hátul, fent, elöl: 120,0 m/s² ; 127,7 m/s²; 120,9 m/s²; 112,7 m/s²)**

a.) A sebességek a sebességösszeadási tételből jönnek. Nem befolyásolja őket a gyorsulás.

b.) A kocsí, és annak tengelye gyorsul a talajhoz képest. Az $a_{P(f)} = a_{P(t)} + a_{t(f)}$ összefüggésben azonban most az $a_{P(f)}$ két gyorsulásvektor összege: a centripetális és a rá merőleges érintő irányú gyorsulás, így minden P pont esetén a talajhoz viszonyított gyorsulás három vektor eredője.

A legalsó P pontban a kocsí földhöz képesti a_0 gyorsulása előre mutat, a centripetális gyorsulás felfelé, míg az $r\beta$ érintő irányú gyorsulás hátrafelé. A csúszásmentesség miatt vízszintes irányban a P pont nem gyorsul a talajhoz képest, ezért a kocsí gyorsulása $a_0 = r\beta$.

Minden keresett pontban ezt a három vektort kell összeadni: $a_0 = 7,5 m/s^2$, $a_{cp} = 120 m/s^2$, $a_{\text{érintő}} = 7,5 m/s^2$.

.13) Vízszintes talajon csúszásmentesen gördül egy R sugarú korong. Középpontjának sebessége v_0 . Határozzuk meg legalsó, legfelső, valamint jobb- és balszélső pontjainak....

a) ... pillanatnyi sebességét, **(0; 2v₀ ; √2v₀)**

b) ... pillanatnyi gyorsulását, **($\frac{v_0^2}{R}$)**

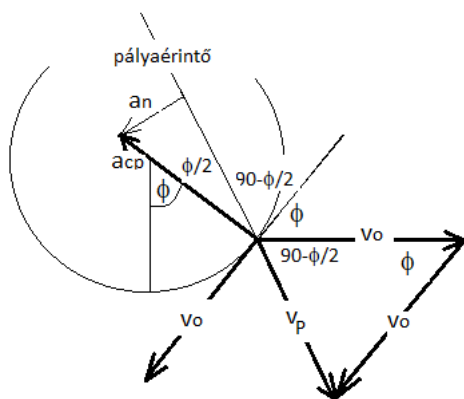
c) *.....és azon körök sugarát, melyek e pontban legjobban helyettesítik a pályát. Ezek neve: simulókörok. (A „legjobban helyettesítik” kifejezés azt jelenti, hogy ezen pillanatban a simulóköron való mozgást feltételezve, ugyanaz legyen a hely, a sebesség és a gyorsulás is.) [Vesd össze a a következő kérdéssel!]

(alul 0; felső: 4R; szélső: 2√2R)

d) *A korong egy kerületi pontja által befutott pálya neve: ciklois. Adjunk képletet arra, hogy mekkora ennek görbületi sugara az egyes pontjaiban! A korong kiszemelt P pontjához húzott sugárnak a lefelé mutató függőlegessel bezárt szögét jelölje ϕ . Mekkora a ciklois görbületi sugara ott, ahol a P pont van rajta?

[r=4Rsin(φ/2)]

- a) A csúszásmentes gördülés miatt a sebességek lent, fent és oldalt 0 ; $2v_0$; $\sqrt{2}v_0$.
- b) A gyorsulás minden pontnál a centripetális gyorsulás: $\frac{v_0^2}{R}$ (mert a tengely nem gyorsul a talajhoz képest).
- c) Ennek kell venni minden pontnál a normális-, azaz a pályára merőleges (a sebességvektor irányára merőleges!) komponensét, amik így lent és fent v_0^2/R , oldalt pedig $v_0^2/(\sqrt{2}R)$. Mindenütt $a_n = v^2/r$, ahol r a simuló kör sugara.
- d) Előbb a P pont talajhoz képesti sebességvektorát, majd a centripetális gyorsulásnak az erre merőleges komponensét kell meghatározni. A geometriában segít az ábra. $v_P = 2v_0 \sin(\phi/2)$; $a_n = v_0^2/R \sin(\phi/2)$
Ezután $a_n = v_P^2/r$, ahol r a simuló kör sugara.



.14)*

- a) A 60° szög alatt, 30 m/s sebességgel elhajított test pályájának legfelső pontjában mekkora a simuló kör sugara? **(22,94 m)**
- b) Mekkora a simuló kör sugara a $t=4 \text{ s}$ -kor? **(54,53 m)**
- c) *Milyen kezdősebességgel és mekkora szög alatt kell elhajítani egy testet, hogy indításkor a simuló kör 27-szer nagyobb sugarú legyen, mint a tetőponton. **(70,53°-os szögben)**
- d) *Adjunk képletet, mely az idő függvényében megadja a simuló kör sugarát! $\left(r(t) = \frac{v^3(t)}{v_0 g \cos \alpha} \right)$
- a) A tetőn csak a vízszintes sebességkomponens marad. A gyorsulás itt (is mint a repülés során végig) függőlegesen lefelé mutat, a sebességre éppen merőleges. $g = v^2/r$.
- b) 4 s múlva a sebesség $20,02 \text{ m/s}$, a vízszinteshez $41,47^\circ$ -os szögben hajlik lefelé. Ekkora szögben hajlik a normális gyorsuláskomponens is a függőlegeshez, nagysága $7,35 \text{ m/s}^2$.
- c) Induláskor $g \cos \alpha = v^2/r_1$, míg a tetőn $g = (v_0 \cos \alpha)^2/r_2$.
- d) Ha ϕ jelöli a sebesség vízszintessel bezárt szögének nagyságát, akkor $a_n = g \cos \phi$, ámde $\cos \phi = v_{0x}/v(t)$ is fennáll.
Ebből $a_n = v^2(t)/r$ alapján adódik r .

Bolygómozgás

- .15)** A Föld felszínhez közeli körpályára szeretnénk állítani egy testet, melyet ezért vízszintesen, kis magasságból lövünk ki. Mekkora legyen a kilőtt test sebessége („első szökési sebesség”)? A Föld sugarát 6370 km -nek, g értékét $9,81 \text{ m/s}^2$ -nek vegyük.
(Útmutatás: Tekintsünk egy rövid Δt időtartamot! Ezalatt a vízszintesen kilőtt test gravitáció hiányában $v_0 \Delta t$ utat tenne meg, ám a gravitáció miatt $1/2 g (\Delta t)^2$ távolsággal esik a Föld középpontja felé.) $\left(v = \sqrt{gR} = 7905 \text{ m/s} \right)$

A kilövés helye, a Föld középpontja és a test helye rövid Δt idő múlva derékszögű háromszöget határoznak meg. Pitagorasz tétele érvényes az oldalak között.
Mivel Δt kicsi, ezért magasabb hatványai elhanyagolhatóak az alacsonyabb hatványaihoz képest.

.16) Közismert, hogy a Holdnak mindig ugyanazt az oldalát látjuk a Földről. A Hold keringési ideje a Föld körül 27,3 nap.

- Mennyi idő telik el a Holdon két napfelkelte között? **(29,5 nap)**
- És két földfelkelte között? **(∞)**
- Mennyi idő telik el a Földön két azonos holdfázis között? **(29,5 nap)**

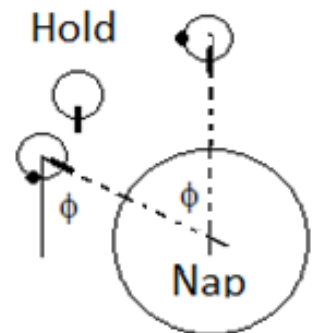
a) A Naphoz középpontjához rögzített, de a Nappal együtt nem forgó koordináta rendszerben:

A holdi napfelkelte helye a Holdon (ábrán pötty), a Hold Naphoz legközelebbi (vonással megjelölt) pontjához képest 90° -kal elfordulva található.

A Hold a saját tengelye körül 27,3 nap alatt fordul körbe egyszer (ui. a Föld felé mindig ua. oldalát mutatja).

A Hold a Földdel azonos, nagyjából körpályán látszik keringeni. Ez utóbbi keringés ugyanabba az irányba zajlik, mint a Hold tengely körüli forgása!

Ahhoz, hogy a Hold ismét ugyanazt az oldalát mutassa a Nap felé, nem elég 360° -ot fordulnia, hanem annnyival többet kell, mint amekkora szöggel látszik elfordulni a Naptól a Holdhoz húzott vezérsugár.



A Hold saját tengelye körül naponta $360/27,3$ foknyit, a Hold középpontja a Naptól nézve naponta $360/365,25$ foknyit fordul el, így naponta $12,20^\circ$ -kal fordul többet. Ezeknek naponta összegződve, 360° -ot kell adniuk. Összesen $360/12,20=29,5$ nap múlva fordul a Nap felé a Hold megjelölt pontja, és ekkor lesz a következő napfelkelte a Holdon.

A Hold középpontjához rögzített, de a Holddal együtt nem forgó koordináta rendszerben:

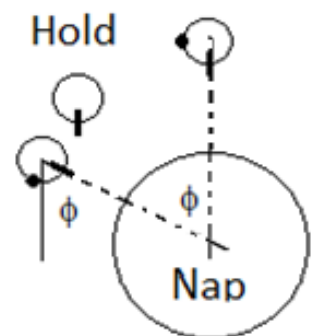
A Nap 365,25 nap alatt látszik körbefordulni, míg a Hold felszínének egy rögzített pontja (ahol pl. napfelkelte van) 27,3 nap alatt fordul körbe ugyanazon irányba.

Így relatív szögsebességük $\frac{360^\circ}{27,3 \text{ nap}} - \frac{360^\circ}{365,25 \text{ nap}}$.

A Hold egy adott pontjában érzékelt két napfelkelte pillanatában az említett felszíni ponthoz képest a Nap ugyanúgy áll, relatív helyzetük megegyezik, így relatív szögelfordulásuk 360° .

A szükséges idő a relatív szögelfordulás és a relatív szögsebesség hányadosa.

$$t = \frac{1}{\frac{1}{27,3} - \frac{1}{365,25}} \text{ nap}$$



b) A Hold bármely pontjából a Föld mindig ugyanazon irányba látszik. Így földfelkelte mindig ugyanott, egy kör mentén, a Földről látható holdperem pontjaiból látszik. Más pontokból sosem.

c) A Nap középpontjához rögzített, de a Nappal együtt nem forgó koordináta rendszerben:

Teliholdkor a fenti ábrán a Föld éppen a Hold és a Nap között van. Mivel a Hold mindig ugyanazt az oldalát mutatja a Föld felé, ezért a Föld irányát a Holdról nézve mindig a Hold vonással megjelölt pontja jelöli ki. Így az első kérdésnél tárgyalt 29,5 nap múlva a Föld szintén - a jelnek megfelelően- a Hold és a Nap között lesz, a Földről ismét telihold látszik.

A Föld középpontjához rögzített, de a Földdel együtt nem forgó koordináta rendszerben:

A Nap 365,25 nap alatt, míg a Hold 27,3 nap alatt látszik körbejárni. Két szomszédos, azonos holdfázis esetén relatív helyzetük ugyanaz, ezért 360° -os relatív szögelfordulásuk és $\frac{360^\circ}{27,3 \text{ nap}} - \frac{360^\circ}{365,25 \text{ nap}}$ relatív szögsebességük hányadosa 29,5 nap lesz.

Mivel azonban ennyi idő alatt a Föld egy rögzített pontja éppen 29,5-et fordul, ezért két szomszédos azonos holdfázist általában nem tudunk érzékelni, de minden másodikat igen. (Kivétel: nyáron két szomszédos telihold mindegyike látható, persze egyik napfelkeltekor, másik naplemetekor.)

.17) A távközlési célú „geostacionárius műhold” az Egyenlítőnek mindig ugyanazon pontja fölött kering.

- Miért nem lehet ilyen műholdat Zalaegerszeg felett keringetni?

- b) Milyen magasan kering a Föld felszíne fölött a geostacionárius műhold, ha a Hold távolsága a Föld középpontjától 384 400 km, keringési ideje 27,3 nap, a Föld sugara pedig 6370 km? **(36 028 km)**
- c) Mekkora látószög alatt látszik a Föld a Holdról illetve a távközlési műholdról? **(1,90°; 17,28°)**
- a) Kepler I. törvénye szerint a vonzócentrumnak a pálya síkjában (ellipszis fókuszában) kell lennie. A Föld gravitációs tere a Földön kívül közelítőleg olyan, mintha tömege a középpontban lenne egyesítve. Zalaegerszeg fölött keringve, a pályasík nem tartalmazza a Föld középpontját.
- b) Kepler III. törvényét alkalmazzuk a Holdra és a műholdra.
- c) A Földhöz húzott érintők szöge kell.

.18) A Föld körüli Nemzetközi Űrállomás körpályájának felszín feletti magassága 380 km körüli. Mennyi a keringési ideje? (Útmutatás: A Holddalnál 384 400 km, 27,3 nap) **(91,5 perc)**

Kepler III. törvénye. A távolságot a Föld középpontjától kell mérni.

.19) Mekkora a Föld középpontjától mért távolságok aránya a Nemzetközi Űrállomás és a geostacionárius műholdak esetén, ha a Nemzetközi Űrállomás a Földet 92 perc alatt kerüli meg? **(1: 6,26)**

Kepler III. törvénye.

.20) Az 1958-ban felbocsájtott Vanguard-1 műhold még mindig a Föld körül kering (bár már nem lehet vele kommunikálni). Pályájának földfelszínhez legközelebbi pontja 654 km, legtávolabbi pontja 3969 km-re volt eleinte. A Föld sugara 6370 km.

- a) Mekkora a műhold fél-nagy tengelye? **(8 682 km)**
- b) Mekkora a Vanguard-1 keringési ideje az ellipszispályán, ha a geostacionárius műhold a föld középpontjától 42 100 km-re kering körpályán? **(134,8 perc)**
- c) Mennyi idő alatt teszi meg a műhold az ellipszispályának a negyedét, ha földközeli-ponttól indul, illetve, ha földtávol-ponttól indul? Az ellipszis területképlete: $t = a \cdot b \cdot \pi$. **(29,53 perc; 37,87 perc)**
- d) A Vanguard-1 sebessége földtávolban v_1 . Mekkora a sebessége földközeli-pontban, és mekkora a két pont között félúton? **(1,481 v_1 ; 1,217 v_1)**
- e) Mutassuk meg, hogy a műhold keringése során a nagytengely végpontjaiban mért sebességek mértani közepe éppen a kistengely végpontjaiban mért sebességet adja. $\left(v_1; \quad v_2 = v_1 \frac{a+c}{a-c}; \quad v_3 = v_1 \sqrt{\frac{a+c}{a-c}} \right)$

- a) A középponttól számított távolságok összege a nagytengely.
- b) Kepler III.
- c) A vezérsugár által sűrolt terület $bc/2$ -vel, egy derékszögű háromszög területével kevesebb, illetve több az ellipszis területének negyedénél. Hasonlítsuk e területet az ellipszis területéhez, és alkalmazzuk Kepler II. törvényét.
- d) A területi sebesség állandósága (Kepler II.) miatt kicsi Δt időtartam alatt a nagytengely végpontjainál lévő műholdhoz húzott vezérsugarak által sűrolt háromszögek területei: $\frac{1}{2} \cdot v_1 \Delta t \cdot (a+c) = \frac{1}{2} \cdot v_2 \Delta t \cdot (a-c)$, amiből $v_2/v_1 = (a+c)/(a-c)$.
A két nagytengely-végpont között félúton, a kistengely végpontja van, ami éppen a távolságra van a fókuszponti Földtől. A vezérsugár sűrolta háromszögterület itt $\frac{1}{2} \cdot v_3 \Delta t \cdot a \cdot \sin \phi$, ami egyenlő az egyik nagytengelyvégpontnál sűrolt háromszögterülettel. A $\sin \phi$ értéke számolható a fókusz, a középpont és a kistengelyvégpont alkotta háromszögből.
- e) Az előző kérdést oldjuk meg paraméteresen, felhasználva az ellipszisben érvényes $a^2 = b^2 + c^2$ összefüggést.

.21) Pontszerű, M tömegű bolygótól r távolságra, a bolygóhoz viszonyított sebesség nélkül magára hagyunk egy testet. Mennyi idő alatt esik rá a test a bolygóra, ha a bolygó körül r sugarú körpályán keringő műhold T idő alatt kerüli meg a bolygót? **(0,177 T)**

Ha a test egy kicsi, „oldalirányú” (a hozzá húzott vezérsugárra merőleges) v_0 sebességet is kapna kezdetben, akkor a bolygó körüli ellipszispályára állna. (Kepler I.) Mivel nincs meg ez a kezdősebesség, ezért az ellipszispálya „elfajuló” lesz, azaz kistengelye 0. (Hiszen nincsen olyan sebességkomponense a mozgása

során, ami a vezérsugárra merőleges lenne.) (Gondolatban egyre kisebb, 0-hoz közelítő kezdősebességet feltételezve, az ellipszis kistengelye 0-hoz tart.)

Az elfajuló ellipsziszénél $b = 0$ miatt $a = c$ lesz (ugyanis $a^2 = b^2 + c^2$), azaz az ellipszis fókuszai a nagytengely végpontjainál (tehát a test kezdeti helyén és a bolygó helyén) vannak. Emiatt az elfajuló ellipszis fél nagytengelye $r/2$, amelyen való „keringési” idő éppen a keresett eséséi idő duplája.

Kepler III. törvényét alkalmazzuk az eső testre és a keringő műholdra.

.22) Egy adott pillanatban két műhold halad el egymás mellett. Az elhaladás pillanatában sebességük merőleges a Földet a műholdakkal összekötő egyenesre. A találkozás pillanatában távolságuk a Föld középpontjától 150 000 km. Az egyik műhold keringési ideje 5 nap, a másiké 8 nap. (A műholdak tömege jelentéktelen. A Hold 27,322 nap alatt kerüli meg a Földet, átlagos távolsága a Földtől 384 400 km.)

- .a)** Mekkora a műholdaknak a maximális és a minimális távolsága a Föld középpontjától? **(Egyik 150 000 km, 97 810 km, másik 188 999 km, 150 000 km)**
- .b)** Milyen távol vannak a Föld középpontjától, amikor sebességük éppen párhuzamos azzal az egyenessel, amely a találkozás pillanatában összekötötte a műholdakat a Földdel. **(123 905 km, 169 499 km)**
- .c)** Leghamarabb mennyi idő múlva lesz a két műhold a legtávolabb egymástól? Mekkora ez a távolság? **(20 nap; 338 999 km)**

.a) A félnagytengelyek Kepler III. törvényéből számíthatóak. A Földtől mért távolság $a + c$, $a - c$, amiből c adódik.

.b) A keresett távolságok a félnagytengelyekkel egyenlők. Az ellipszis (mint pontthalmaz) definíciója alapján $a^2 + b^2 = c^2$.

.c) Az egyik ellipszispálya tartalmazza a másikat, egyetlen közös pontjuk van. A közöttük lévő távolság maximális, ha a kicsi pályán lévő a kiindulási helyzetben, a nagy pályán lévő pedig az átellenes pontban van. Ehhez az egyik mozgását tekintve 5 nap többszöröse kell, hogy elteljen, a másik mozgását tekintve pedig 4 nap és még néhányszor 8 nap. A legkisebb ilyen időtartamot keressük.